Tarea 8
Relatividad Avanzada

4 de Octubre del 2007

1. Verificar

$$R_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\Sigma_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}\left[-2\partial_\beta\partial_{(\nu}g_{\mu)\alpha} + \partial_\beta\partial_\alpha g_{\mu\nu} + \partial_\mu\partial_\nu g_{\alpha\beta}\right] + F_{\mu\nu}\left(g, \partial g\right) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}\Sigma_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}\left[-2\partial_\beta\partial_{(\nu}g_{\mu)\alpha} + \partial_\beta\partial_\alpha g_{\mu\nu} + \partial_\mu\partial_\nu g_{\alpha\beta}\right] + \\ \frac{1}{2}\Sigma_{\alpha\beta\rho\sigma}g_{\mu\nu}g^{\alpha\beta}g^{\rho\sigma}\left[-\partial_\beta\partial_\rho g_{\sigma\alpha} + \partial_\beta\partial_\alpha g_{\rho\sigma}\right] + L_{\mu\nu}\left(g, \partial g\right) \end{aligned} \quad (2)$$

y determine que son $F_{\mu\nu}$ y $L_{\mu\nu}$.

2. Considere como son las componentes de los tensores $Id^*\left(T^{abc\ldots}{}_{cd\ldots}\right)$ y $\phi^*\left(T^{abc\ldots}{}_{cd\ldots}\right)$ en las cartas: $x^\mu(q) = \Pi^\mu\left(\varphi(Id^{-1}(q))\right)$ y $y^\mu(q) = \Pi^\mu\left(\varphi(phi^{-1}(q))\right)$

3. Verificar que

$$H^\mu = \Sigma_\alpha\left[\partial_\alpha g^{\alpha\mu} + \frac{1}{2}g^{\alpha\mu}\Sigma_{\rho\sigma}g^{\rho\sigma}\partial_\alpha g_{\rho\sigma}\right] \quad (3)$$

4. Verificar que las identificaciones

$$g_{\mu\nu}(x, t=0) = h_{\mu\nu}, \qquad \text{para}\, \mu, \nu = 1, 2, 3 \quad (4a)$$

$$\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial t}(x, t=0) = \kappa_{\mu\nu}, \qquad \text{para}\, \mu, \nu = 1, 2, 3 \quad (4b)$$

coinciden con la expresión (10,2,13) del Wald.

5. Exprese la condición $H^\alpha = 0$ sobre Σ en términos de condiciones iniciales y vea que se puede escoger las cantidades mencionadas de modo que esto se satisface.

6. Verifique que $D_\alpha\kappa^a_b = 0$ y $D^aD_a\phi - \frac{1}{8}R\phi + \frac{1}{8}\phi^{-7}\kappa_{ab}\kappa^{ab} = 0$ (*Hint: Lea el apéndice D del Wald*).