

Tarea 4

Relatividad Avanzada

30 de Agosto del 2007

1. *Ejemplo de un espacio tiempo singular con Riemann suave*

Sea el espacio-tiempo de una **cuerda cósmica**

$$ds^2 = -dt^2 + dz^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\phi^2 \quad (1)$$

en el cual para un $\phi_0 < 2\pi$ se identifica ϕ_0 con $\phi = 0$ para $\rho > 0$. Demuestre que este espacio tiene un singularidad en $\rho > 0$.

2. *Ejemplo de un espacio-tiempo en el cual la singularidad sólo afecta a geodésicas temporales*

Sea la variedad \mathbf{R}^4 con métrica $g_{an} = \Omega \eta_{ab}$. En coordenadas esféricas

$$\Omega(r, t) = \begin{cases} \Omega = 1 & \forall r \geq 1 \\ \Omega(r = 0, t) \rightarrow 0 & t \rightarrow \infty \text{ como } e^{-at}, \text{ con } a > 0 \end{cases} \quad (2)$$

Demuestre que la curva temporal λ en $(r = 0, t)$ es incompleta pero las geodésicas espaciales o nulas no lo son.