

MECÁNICA CLÁSICA TAREA # 9

26 de octubre de 2007

1.- Demuestre, **ahora sin usar coordenadas**, que un sistema es hamiltoniano sí y solo sí

$$\frac{d}{dt}\{f, g\} = \{\dot{f}, g\} + \{f, \dot{g}\}.$$

2.- Dado un sistema canónico de coordenadas (q, p) para un espacio fase donde las q son coordenadas de la variedad de configuración, demuestre que la diferencial exterior de la uno-forma diferencial

$$\omega = \sum_i p_i dq^i$$

es una dos forma diferencial no degenerada y por tanto simpléctica.

3.- Explique con claridad porque se dice que una dos forma diferencial es un tensor, ¿será este tensor covariante, contravariante o mixto?. Haga la mismo para el tensor métrico. Dada una variedad diferencial M demuestre que $dx^i \wedge dx^j$, $i < j$ constituye, punto por punto, una base para el espacio de las dos formas diferenciales cuando (x^1, \dots, x^n) es un sistema local de coordenadas para M .

4.- Encuentre las componentes de un campo vectorial hamiltoniano en coordenadas generales (x^1, \dots, x^{2n}) , no necesariamente canónicas, en la base asociada a estas coordenadas $dx^i \wedge dx^j$, $i < j$.

5.- Demuestre que existe un isomorfismo natural entre un espacio vectorial y el dual de su dual.