

MECÁNICA CLÁSICA TAREA # 8

12 de octubre de 2007

1.- Encuentre las ecuaciones de movimiento del péndulo doble utilizando la formulación hamiltoniana de la mecánica.

2.- Una partícula de masa m se mueve en una dimensión y la hamiltoniana del sistema es

$$H(q, p) = \frac{p^2}{2m} e^{-\frac{q}{a}}.$$

Encuentre las ecuaciones de movimiento y su solución. Considerando únicamente los casos en que $p > 0$, ¿Cuál sería la fuerza que debería actuar sobre la partícula en una visión newtoniana de este sistema? ¿Qué sentido le puede dar en este caso a las relaciones entre la energía total, la energía cinética y la hamiltoniana como integral de movimiento?

3.- Considere la hamiltoniana

$$H = q^1 p_1 - q^2 p_2 - a(q^1)^2 + b(q^2)^2$$

demuestre que las tres funciones

$$f_1 = (p_2 - bq^2)/q^1, \quad f_2 = q^1 q^2, \quad f_3 = q^1 e^{-t},$$

son constantes de movimiento. ¿Son todas integrales de movimiento?, ¿Son independientes?, ¿Están en involución?, ¿Habrá más integrales de movimiento independientes?, de haber más, ¿estarán en involución? . Esta hamiltoniana es muy rara, encuentre esta rareza y descríbala.

4.- Demuestre que un sistema es hamiltoniano sí y solo sí

$$\frac{d}{dt}\{f, g\} = \{f, g\} + \{f, \dot{g}\}.$$

5.- Para sistemas mecánicos en el espacio ordinario de tres dimensiones encuentre el paréntesis de Poisson entre las tres componentes del impulso angular y cualquier variable dinámica. Encuentre el paréntesis de Poisson de las componentes del impulso angular entre sí.