

TAREA # 5 MECÁNICA CLÁSICA

13 de septiembre de 2007

1.- Demuestre que si la energía cinética de un sistema mecánico se puede expresar como

$$T = \sum_i f_i(q^i) \dot{q}_i^2$$

y la energía potencial como

$$V = \sum_i V_i(q^i),$$

entonces podemos reducir a cuadraturas las ecuaciones de movimiento.

2.- En presencia de la gravedad una partícula de masa m , inicialmente en reposo, se mueve a lo largo de una cicloide dada por

$$x = \pm a \cos^{-1} \left(\frac{a-y}{a} \right) + \sqrt{2ay - y^2},$$

Encuentre y resuelva las ecuaciones de movimiento. Demuestre que el tiempo que tarda la partícula en llegar a la parte más baja de la cicloide es independiente de su posición inicial sobre la cicloide.

3.- Una partícula está constreñida a la superficie de una esfera, pero no está sujeta a fuerzas, excepto por las de constricción. ¿Cuántas trayectorias distintas la llevarían de un punto inicial p_1 a uno final p_2 en un tiempo fijo τ ?

4.- Una partícula de masa m se mueve constreñida a un paraboloides de revolución que tiene su abertura hacia arriba en presencia del campo de la gravedad. Calcule las fuerzas de constricción.

5.- Un disco de masa m y radio R rueda sobre un plano inclinado de ángulo α . El plano inclinado consiste de un bloque triangular de masa M que descansa sobre una superficie horizontal sin fricción. Si el coeficiente de fricción estática entre el disco y la superficie del plano inclinado es μ , ¿Cuál será el mayor ángulo α para el que el disco rodará sin resbalar?